ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2021
Β΄ ΦΑΣΗ

Ε_3.Μλ2Θ(ε)

ΤΑΞΗ: **Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: **ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**

ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

Ημερομηνία: Τετάρτη 5 Μαΐου 2021
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Έστω $\vec{\alpha} = (x, y)$ ένα διάνυσμα του καρτεσιανού επιπέδου. Να αποδείξετε ότι το μέτρο του διανύσματος δίνεται από τον τύπο $|\vec{\alpha}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

10 Μονάδες

Α2. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό: «Η εξίσωση $y-y_o = \lambda(x-x_o), \lambda \in R$ παριστάνει όλες τις ευθείες που διέρχονται από το σημείο $M(x_o, y_o)$ »

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό, γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα Α αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ αν είναι ψευδής.

2 Μονάδες

β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α.

3 Μονάδες

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν , γράφοντας στο τετράδιο σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση , τη λέξη **Σωστό** αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Η απόσταση των σημείων $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ είναι $(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

2. Αν $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ διανύσματα του επιπέδου τότε το εσωτερικό γινόμενο είναι : $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = x_1x_2 + y_1y_2$.

ΕΚΚΕΝΤΡΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

3. Ο συντελεστής διεύθυνσης λ μιας ευθείας η οποία διέρχεται από δύο σημεία $A(x_1,y_1)$ και $B(x_2,y_2)$, με $x_1 \neq x_2$ είναι $\lambda = \frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$.

4. Η απόσταση του σημείου $M(x_o, y_o)$ από την ευθεία $(\varepsilon) : Ax + By + \Gamma = 0$, δίνεται σε κάθε περίπτωση από τον τύπο $d(M,\varepsilon) = \frac{Ax_o+By_o+\Gamma}{\sqrt{A^2+B^2}}$.

5. Αν $\vec{\alpha} = (x_1,y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2,y_2)$ είναι δύο μη μηδενικά διανύσματα του επιπέδου που σχηματίζουν γωνία θ , τότε $συνθ = \frac{\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}}{|\vec{\alpha}||\vec{\beta}|}$.

10 Μονάδες

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα σημεία Α (1,1) , Β (2,-2) , Γ (0,4) και Ο(0,0).

Β1. Να βρεθεί το εσωτερικό γινόμενο $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ και στη συνέχεια να υπολογίσετε την παράσταση $\overrightarrow{OA}^2 + \overrightarrow{OB}^2$.

8 Μονάδες

Β2. Να βρεθούν οι συντεταγμένες του διανύσματος $\overrightarrow{AB}$.

5 Μονάδες

Β3. Να βρεθεί το μήκος της διαμέσου ΟΜ του τριγώνου ΟΒΓ .

6 Μονάδες

Β4. Να δείξετε ότι τα σημεία Α, Β, Γ είναι συνευθειακά .

6 Μονάδες

ΕΚΚΕΝΤΡΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι εξισώσεις $\lambda x + (\lambda -1)y + 5 - 10\lambda = 0$ (1) και

$(\lambda+2)x + \lambda y - 5\lambda = 0$ (2) , $\lambda \in R$.

Γ1. Να δείξετε ότι καθεμία από τις εξισώσεις (1) και (2) παριστάνει ευθεία για κάθε πραγματική τιμή του λ.

6 Μονάδες

Αν (ε_1) και (ε_2) οι ευθείες που παριστάνουν οι εξισώσεις (1) και (2) αντίστοιχα είναι παράλληλες :

Γ2. Να δείξετε ότι $\lambda = 2$.

5 Μονάδες

Γ3. Να βρείτε το σημείο της ευθείας (ε_1) το οποίο απέχει τη μικρότερη απόσταση από την αρχή των αξόνων και στη συνέχεια να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου με κέντρο το $O(0,0)$ ο οποίος εφάπτεται στην ευθεία (ε_2).

8 Μονάδες

Γ4. Να βρεθεί το εμβαδόν που ορίζεται από τις ευθείες (ε_1) και (ε_2) και τους ημιάξονες Ox και Oy .

6 Μονάδες

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται ο κύκλος C με εξίσωση $2x^2 + 2y^2 + Ax + 4y + 3 = 0$, $A < 0$ και η ευθεία (ε) : $y = x - 1$. Αν η ευθεία ε εφάπτεται στον κύκλο C τότε :

Δ1. Να δείξετε ότι $A = -4$.

6 Μονάδες

ΕΚΚΕΝΤΡΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Δ2. Να βρείτε το κέντρο Κ και την ακτίνα ρ του κύκλου C .

5 Μονάδες

Αν Κ(1, -1) και $\rho = \frac{\sqrt{2}}{2}$, να αποδείξετε ότι :

Δ3. Η ευθεία (η) : y = - x -1 εφάπτεται στον κύκλο C.

5 Μονάδες

Δ4. Το τετράπλευρο ΜΝΛΚ είναι τετράγωνο , όπου Μ το σημείο επαφής της (ε) με τον C , Ν είναι το σημείο τομής των ευθειών (ε) και (η) και Λ είναι το σημείο επαφής της ευθείας (η) με τον κύκλο C .

9 Μονάδες

ΕΚΚΕΝΤΡΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΜΕΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ